**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**

**Санкт-Петербургский государственный**

**электротехнический университет**

**«ЛЭТИ» им. В.И. Ульянова (Ленина)**

**Кафедра МО ЭВМ**

отчет

**по лабораторной работе №3**

**по дисциплине «Построение и анализ алгоритмов»**

Тема: Максимальный поток

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Студентка гр. 9382 |  | Голубева В.П. |
| Преподаватель |  | Фирсов М.А. |

Санкт-Петербург

2021

## Цель работы.

Научиться находить величину потока в ориентированном графе, изучить и реализовать алгоритм Форда-Фалкерсона.

## Задание.

Найти максимальный поток в сети, а также фактическую величину потока, протекающего через каждое ребро, используя алгоритм Форда-Фалкерсона.

Сеть (ориентированный взвешенный граф) представляется в виде триплета из имён вершин и целого неотрицательного числа - пропускной способности (веса).

Входные данные:

*N* - количество ориентированных рёбер графа

*v0* - исток

*vn* - сток

*vi vj ωij* - ребро графа

*vi vj ωij* - ребро графа

...

Выходные данные:

*Pmax* - величина максимального потока

*vi vj ωij* - ребро графа с фактической величиной протекающего потока

*vi vj ωij*- ребро графа с фактической величиной протекающего потока

...

В ответе выходные рёбра отсортируйте в лексикографическом порядке по первой вершине, потом по второй (в ответе должны присутствовать все указанные входные рёбра, даже если поток в них равен 0).

Вариант 1. Поиск в ширину. Поочерёдная обработка вершин текущего фронта, перебор вершин в алфавитном порядке.

## Описание структур данных

Класс Graph. Принимает на вход граф в виде матрицы смежностей

Метод searchBFS(self, source, outlet, parent) класса Graph получает на вход вершину источник, вершину сток и список для поиска родителей(используем для хранения пути от источника до стока, если он есть).

Метод findFlowSize(self, source, outlet, graph, parent) - получает на вход вершину источник, вершину сток, граф и путь по нему, возвращает величину потока, которую можно пустить через этот путь.

Метод algoFordFulkerson(self, source, outlet, flow\_graph) получает на вход вершину источник, вершину сток и граф для записи результата нахождения потока.

**Описание алгоритма**

Вводим данные, формируем матрицу смежностей. Передаём её в функцию algoFordFulkerson для нахождения максимального потока. Пока можем найти путь, ищем его функцией searchBFS - в поиске в ширину проходим подряд по соседям вершин, извлеченным из очереди вершин, начиная от источника. Если находим не посещённую вершину, в которую можно пойти, то заносим её в очередь, а в список родителей заносим извлеченную вершину. Затем если мы обошли все вершины и нашли путь, возвращаем из функции true. Находим величину потока через найденный путь, добавляем величину к величине максимального потока, обновляем значения в исходном графе и в графе для потока.

**Оценка сложности по памяти**

По памяти мы должны хранить все ребра графа, количество которых равно N, и их веса. Также мы должны сформировать граф для потока, максимальный размер которого будет равен исходному графу. То есть сложность равна O(4\*N).

**Оценка сложности по времени**

На каждом шаге алгоритм добавляет поток увеличивающего пути к уже имеющемуся потоку. Если пропускные способности всех рёбер — целые числа, легко доказать по индукции, что и потоки через все рёбра всегда будут целыми. Следовательно, на каждом шаге алгоритм увеличивает поток по крайней мере на единицу, следовательно, он сойдётся не более чем за O(*f*) шагов, где *f* — максимальный поток в графе. Можно выполнить каждый шаг за время O(*E*), где *E* — число рёбер в графе, тогда общее время работы алгоритма ограничено O(*Ef*).

**Тестирование**

Результаты тестирования программы можно посмотреть в приложении В.

## Выводы.

Был изучен поиск потока в ориентированном графе и написана программа, которая его реализует.

**ПРИЛОЖЕНИЕ А**

**ИСХОДНЫЙ КОД ПРОГРАММЫ**

Название файла: l3.py

class Graph:

def \_\_init\_\_(self, graph):

self.graph = graph

self.row = len(graph)

def searchBFS(self, source, outlet, parent):

visited = self.row \* [False] #list

queue = [source]

visited[source] = True

while queue:

vertex = queue.pop(0)

for ind, value in enumerate(self.graph[vertex]):

if visited[ind] == False and value > 0: #check vertice for find flow

queue.append(ind)

visited[ind] = True

parent[ind] = vertex

if visited[outlet]:

return True

return False

def findFlowSize(self, source, outlet, graph, parent):

flow\_size = 10000

vertex = outlet

while vertex != source:

if self.graph[parent[vertex]][vertex] < flow\_size:

flow\_size = self.graph[parent[vertex]][vertex]

vertex = parent[vertex]

return flow\_size

def algoFordFulkerson(self, source, outlet, flow\_graph):

parent = self.row \* [-1]

max\_flow = 0

while self.searchBFS(source, outlet, parent):

#find flow size to this path

flow\_size = self.findFlowSize(source, outlet, graph, parent)

max\_flow += flow\_size

vertex = outlet

#update graph

while vertex != source:

u = parent[vertex]

self.graph[u][vertex] -= flow\_size

self.graph[vertex][u] += flow\_size

flow\_graph[u][vertex] += flow\_size

flow\_graph[vertex][u] -= flow\_size

vertex = parent[vertex]

print("\nCanging graphes...")

print ("Current adjacency matrix")

self.printGraph(graph)

print("\nCurrent flow graph adjacency matrix")

self.printGraph(flow\_graph)

return max\_flow

def printGraph(self, graph):

for i in range(self.row):

print(graph[i])

count = int(input())

source = input()

outlet = input()

input\_list = []

dict\_ver = {}

list\_of\_vertice = []

size = 0

for i in range(count): # compute a count of defferent vertex

input\_list.append(input())

b = input\_list[i].split(" ")

if b[0] not in list\_of\_vertice:

list\_of\_vertice.append(b[0])

size +=1

if b[1] not in list\_of\_vertice:

list\_of\_vertice.append(b[1])

size += 1

list\_of\_vertice.sort()

for i in range(size):

dict\_ver[list\_of\_vertice[i]] = i

graph = [[0 for x in range(size)] for y in range(size)] #incoming adjecency graph

flow\_graph = [[0 for x in range(size)] for y in range(size)] # outcoming adjecency graph

for i in range(count):

b = input\_list[i].split(" ")

graph[dict\_ver[b[0]]][dict\_ver[b[1]]] = int(b[2])

res\_graph = Graph(graph)

flow = res\_graph.algoFordFulkerson(dict\_ver[source], dict\_ver[outlet], flow\_graph)

print("\nResult flow: \n")

print(flow)

for ind, value in enumerate(input\_list):

# compute flow in this edge

v = value.split(" ")

a = int(flow\_graph[dict\_ver[v[0]]][dict\_ver[v[1]]])

if a < 0:

a = 0

new\_str = "{} {} {}".format(value[0], value[2], a)

input\_list[ind] = new\_str

input\_list.sort()

for i in input\_list:

print(i)

**ПРИЛОЖЕНИЕ В**

**ТЕСТИРОВАНИЕ**

|  |  |
| --- | --- |
| Входные данные | Выходные данные |
| 8  a  h  a c 8  a d 2  c d 16  c f 4  d g 6  g f 18  g h 5  f h 5 | Canging graphes...  Current adjacency matrix  [0, 0, 4, 2, 0, 0, 0, 0]  [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0]  [4, 0, 0, 16, 0, 0, 0, 0]  [0, 0, 0, 0, 0, 0, 6, 0]  [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0]  [0, 0, 4, 0, 0, 0, 0, 1]  [0, 0, 0, 0, 0, 18, 0, 5]  [0, 0, 0, 0, 0, 4, 0, 0]  Current flow graph  [0, 0, 4, 0, 0, 0, 0, 0]  [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0]  [-4, 0, 0, 0, 0, 4, 0, 0]  [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0]  [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0]  [0, 0, -4, 0, 0, 0, 0, 4]  [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0]  [0, 0, 0, 0, 0, -4, 0, 0]  Canging graphes...  Current adjacency matrix  [0, 0, 4, 0, 0, 0, 0, 0]  [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0]  [4, 0, 0, 16, 0, 0, 0, 0]  [2, 0, 0, 0, 0, 0, 4, 0]  [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0]  [0, 0, 4, 0, 0, 0, 0, 1]  [0, 0, 0, 2, 0, 18, 0, 3]  [0, 0, 0, 0, 0, 4, 2, 0]  Current flow graph  [0, 0, 4, 2, 0, 0, 0, 0]  [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0]  [-4, 0, 0, 0, 0, 4, 0, 0]  [-2, 0, 0, 0, 0, 0, 2, 0]  [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0]  [0, 0, -4, 0, 0, 0, 0, 4]  [0, 0, 0, -2, 0, 0, 0, 2]  [0, 0, 0, 0, 0, -4, -2, 0]  Canging graphes...  Current adjacency matrix  [0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0]  [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0]  [7, 0, 0, 13, 0, 0, 0, 0]  [2, 0, 3, 0, 0, 0, 1, 0]  [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0]  [0, 0, 4, 0, 0, 0, 0, 1]  [0, 0, 0, 5, 0, 18, 0, 0]  [0, 0, 0, 0, 0, 4, 5, 0]  Current flow graph  [0, 0, 7, 2, 0, 0, 0, 0]  [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0]  [-7, 0, 0, 3, 0, 4, 0, 0]  [-2, 0, -3, 0, 0, 0, 5, 0]  [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0]  [0, 0, -4, 0, 0, 0, 0, 4]  [0, 0, 0, -5, 0, 0, 0, 5]  [0, 0, 0, 0, 0, -4, -5, 0]  Canging graphes...  Current adjacency matrix  [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0]  [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0]  [8, 0, 0, 12, 0, 0, 0, 0]  [2, 0, 4, 0, 0, 0, 0, 0]  [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0]  [0, 0, 4, 0, 0, 0, 1, 0]  [0, 0, 0, 6, 0, 17, 0, 0]  [0, 0, 0, 0, 0, 5, 5, 0]  Current flow graph  [0, 0, 8, 2, 0, 0, 0, 0]  [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0]  [-8, 0, 0, 4, 0, 4, 0, 0]  [-2, 0, -4, 0, 0, 0, 6, 0]  [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0]  [0, 0, -4, 0, 0, 0, -1, 5]  [0, 0, 0, -6, 0, 1, 0, 5]  [0, 0, 0, 0, 0, -5, -5, 0]  Result flow:  10  a c 8  a d 2  c d 4  c f 4  d g 6  f h 5  g f 1  g h 5 |
| 7  a  f  a b 7  a c 6  b d 6  c f 9  d e 3  d f 4  e c 2 | …  12  a b 6  a c 6  b d 6  c f 8  d e 2  d f 4  e c 2 |
| 5  a  e  a b 8  b c 10  b e 3  a e 4  c e 2 | …  9  a b 5  a e 4  b c 2  b e 3  c e 2 |
| 4  a  c  a b 2  b c 1  c d 1  c a 1 | ...  1  a b 1  b c 1  c a 0  c d 0 |
| 5  b  d  a c 5  a b 6  c d 3  b c 2  a d 4 | …  2  a b 0  a c 0  a d 0  b c 2  c d 2 |